

L'enseignement explicite de la résolution de problèmes additifs au cycle 2

Circonscription de Compiègne,
Janvier 2019
Aude Jullien-Hallot

Echange de pratiques

- Pour vous, qu'est-ce qu'un problème mathématique ?
- Comment enseignez-vous la résolution de problème dans vos classes ?

Définir la notion de problèmes mathématiques

- ▶ • Un problème de mathématiques est constitué d'un ensemble d'informations faisant l'objet d'un questionnement ou d'une consigne qui nécessite une recherche ou un traitement impliquant des représentations ou des calculs.

Définir la notion de problèmes additifs

- ▶ Les problèmes additifs sont des problèmes qui mettent en jeu **une addition ou une soustraction.**

Du socle aux nouveaux programmes

- ▶ Chercher
- ▶ Représenter
- ▶ Reasonner
- ▶ Calculer
- ▶ Communiquer
- ▶ Modéliser

Les repères de progressivité

CP	CE1	CE2
<p>Début d'année, résoudre des problèmes additifs.</p> <p>A partir de la période 3 : résoudre des problèmes multiplicatifs portant sur de petits nombres et dont la résolution s'appuie sur une itération d'additions.</p> <p>En parallèle, des problèmes de division sont initiés dans des situations de partage et de groupement.</p>	<p>Début de l'année, consolider leur capacité à résoudre des problèmes additifs à une ou deux étapes.</p> <p>À partir de la période 3 : résoudre des problèmes multiplicatifs en utilisant les premières tables de multiplication.</p> <p>En période 4, l'étude du sens de la division est préparée par la résolution de deux types de problèmes : ceux où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur et ceux où l'on partage équitablement une grandeur en un nombre donné de grandeurs.</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves résolvent des problèmes additifs et multiplicatifs portant sur des nombres plus grands, ou des problèmes relevant de plusieurs opérations, nécessitant par exemple l'exploration d'un tableau ou d'un graphique.</p> <p>Tout au long de l'année, les élèves consolident l'étude du sens de la division par la résolution de deux types de problèmes abordés au CE1 : le partage et le groupement.</p>

Proposition d'une démarche d'enseignement (1)

▶ Etape 1 : Situation de départ

- Présenter la situation problème à l'oral ou à l'écrit à partir :

- d'une situation de la vie de classe, de la vie quotidienne,
- d'objets concrets (jeux de cartes, billes, pions,...),
- d'un énoncé.

- Identifier le problème à résoudre (se représenter ce que l'on cherche)

Aider à la compréhension de l'énoncé

- ▶ Ecrire la question au début de l'énoncé permettra d'appréhender plus facilement l'objet de recherche.

- ▶ → Activités possibles :

Demander aux élèves de :

- raconter l'histoire de l'énoncé sans les données chiffrées,
- mimer la situation avec ou sans matériel,
- représenter la situation de façon figurative (dessin, image, photo) ou symbolique (**schéma**),
- expliquer les mots de la question et colorier ce que l'on cherche.

Travailler le lexique mathématique est une aide à la compréhension de l'énoncé.



à l'ambiguïté de certains termes!

× Les mots inducteurs ...

+	-	x	:
Et	Différence	Chaque	Partager
Plus	Reste	Chacun	Distribuer
Ajouter	Moins		Couper
Gagner	Retirer		Répartir
	Enlever		
	Prendre		
	Perdre		
	Rester		

et leur possible ambiguïté

« Auguste a 13 ans. Il a 4 ans de moins que Romain. Quel âge à Romain ? »

- L'élève repère le « moins »
- Il calcule : $13 - 4 = 9$
- « Romain a 9 ans. »

Des variables didactiques repérées dans les énoncés de problèmes

- ▶ Choix de la taille des nombres,
- ▶ Inclure des valeurs inutiles à la résolution de problème,
- ▶ Changer l'organisation des événements temporels dans l'énoncé,
- ▶ Varier les unités cherchées (objet, monnaie, durée, masse, longueurs...),
- ▶ Proposer des problèmes relevant des différentes catégories.

Proposition d'une démarche d'enseignement (2)

► Etape 2 : Recherche

- Temps de recherche individuelle. Chaque élève s'approprie l'énoncé.
- Temps de recherche en groupe : (2 ou 4 élèves)
 - 1^{ère} confrontation des procédures au sein d'un petit groupe.
 - Mise en forme d'une trace pour communiquer.

Proposition d'une démarche d'enseignement (3)

▶ Etape 3 : Mise en commun

Prendre en compte et comparer les procédures des différents groupes :

- rapprocher les procédures identiques,
- confronter celles qui sont différentes,
- analyser les procédures erronées.

Proposition d'une démarche d'enseignement (4)

▶ Etape 4 : Réaliser une affiche de référence

Cette affiche de référence comporte :

- des procédures de résolution possibles (A faire évoluer en fonction de la progression),
- la ou les procédures expertes (calculs) qui permettent de résoudre le problème.

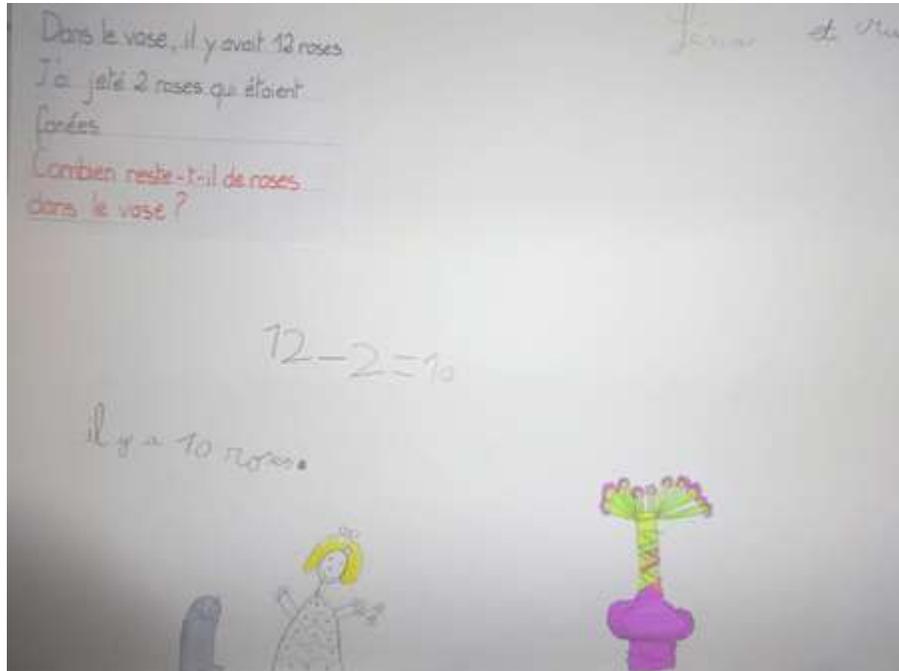
Dessiner, schématiser, modéliser peuvent aider à comprendre un problème (1)

→ Comment passer du dessin au schéma?

► Etape 1 : Dessinez le problème suivant:

Dans le vase, il y avait 12 roses. J'ai jeté 2 roses qui étaient fanées.

Combien reste-t-il de roses dans le vase ?



Dessiner, schématiser, modéliser peuvent aider à comprendre un problème (2)

► Etape 2 : Tri des productions

- L'enseignant sélectionne des productions.
- Les élèves explicitent leurs productions.
- Observer et trier les dessins : Ceux qui représentent bien l'histoire et ceux qui ne la représentent pas ou pas entièrement (faire justifier... Qu'est-ce que l'élève n'a pas raconté de l'histoire ?)

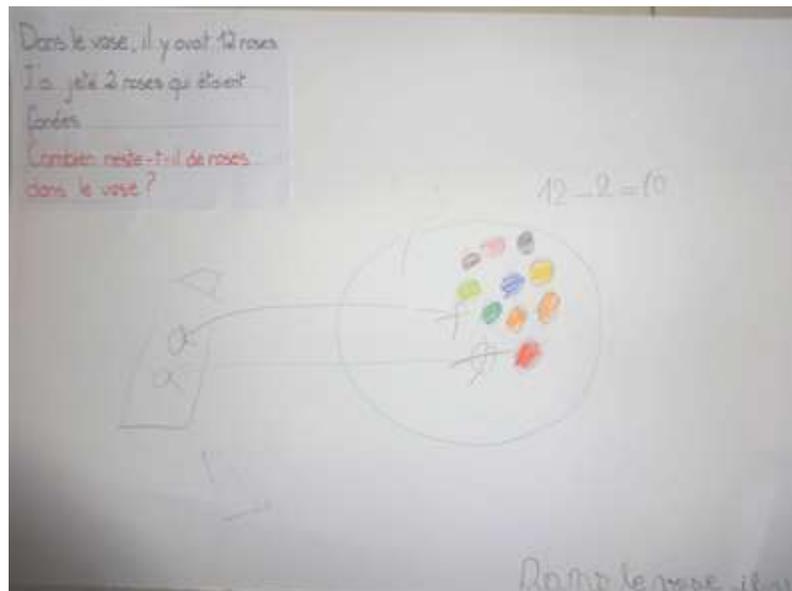
Dessiner, schématiser, modéliser peuvent aider à comprendre un problème (3)

► Etape 3 :

Vous allez redessiner la situation mais cette fois-ci en moins de temps. (ou proposer le même énoncé avec des nombres plus grands et donc plus longs à représenter)

- Les élèves n'ont pas le temps de finir leur production.

Discussion sur la simplification nécessaire et sur l'inutilité de certains détails pour répondre au problème.



Dessiner, schématiser, modéliser peuvent aider à comprendre un problème (4)

► Nécessité d'organiser spatialement son schéma

7.05.2017

Dans le vase, il y avait 12 roses.
J'ai jeté 2 roses qui étaient fanées.

Combien reste-t-il de roses dans le vase ?

$12 - 2 = 10$



Swan
Rosa le vase

Dans le vase, il y avait 12 roses.
J'ai jeté 2 roses qui étaient fanées.

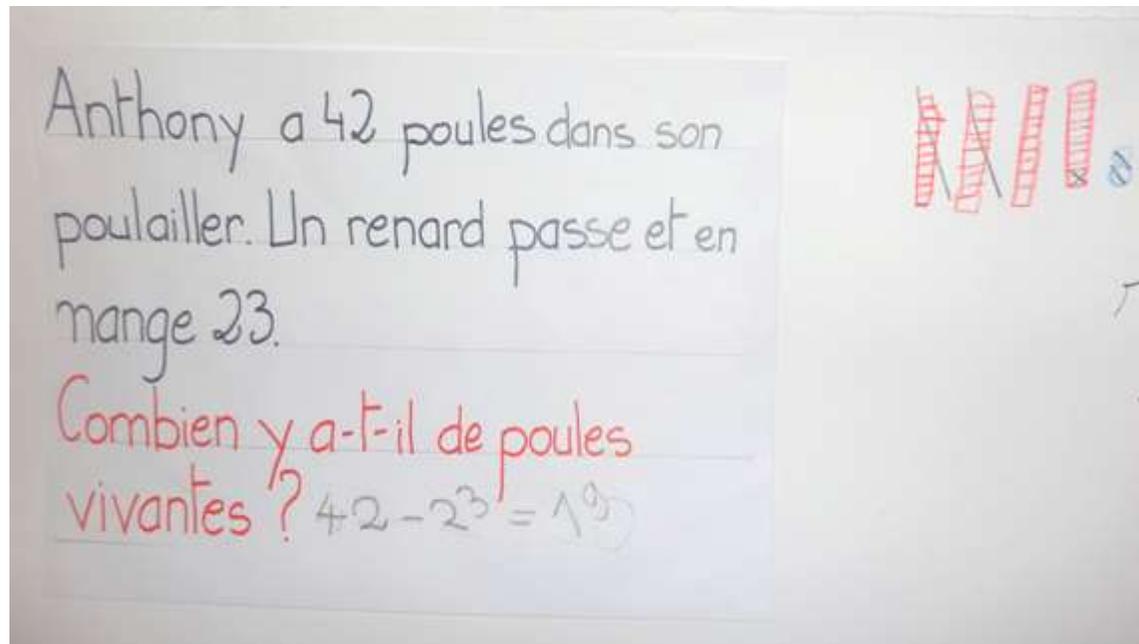
Combien reste-t-il de roses dans le vase ?



$12 - 2 = 10$

Dessiner, schématiser, modéliser peuvent aider à comprendre un problème (4)

- Représenter les données par groupement de 10, 100 facilite la réalisation du calcul.



Anthony a 42 poules dans son poulailier. Un renard passe et en mange 23.

Combien y a-t-il de poules vivantes ? $42 - 23 = 19$

The diagram shows four ten-blocks (represented as vertical rectangles) and two single-unit blocks (represented as small circles), totaling 42 units. The first three ten-blocks and one single-unit block are crossed out with red lines, representing the 23 units eaten by the fox. The remaining one ten-block and nine single-unit blocks represent the 19 surviving chickens.

Proposition de démarche qui permet aux élèves de reconnaître des problèmes ayant la même structure.

- ▶ Connaître la typologie de problèmes (**Typologie de Vergnaud**) fournit une clé de lecture des énoncés et invite à proposer des situations les plus variées possibles.

Qu'est-ce que la typologie de Vergnaud?

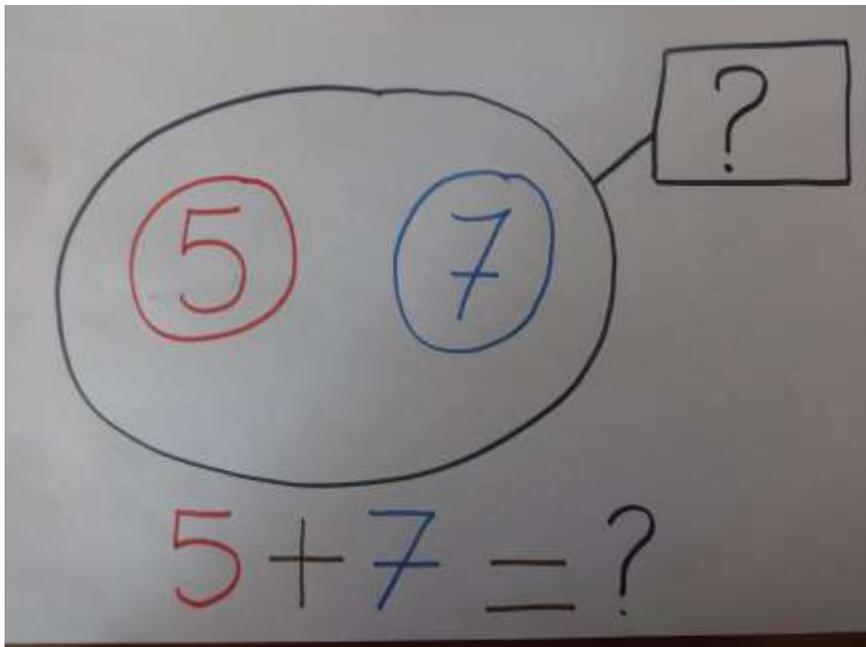
- ▶ Vergnaud propose 4 catégories de problèmes composées chacune de sous-catégories :
 - ▶ des problèmes de réunion
 - ▶ des problèmes de transformation
 - ▶ des problèmes de composition de transformation
 - ▶ des problèmes de comparaison

Les problèmes de réunion:

→ Proposition de modélisation : « la patate »

Chris a 5 billes rouges et 7 billes bleues.
Combien a-t-il de billes en tout ?

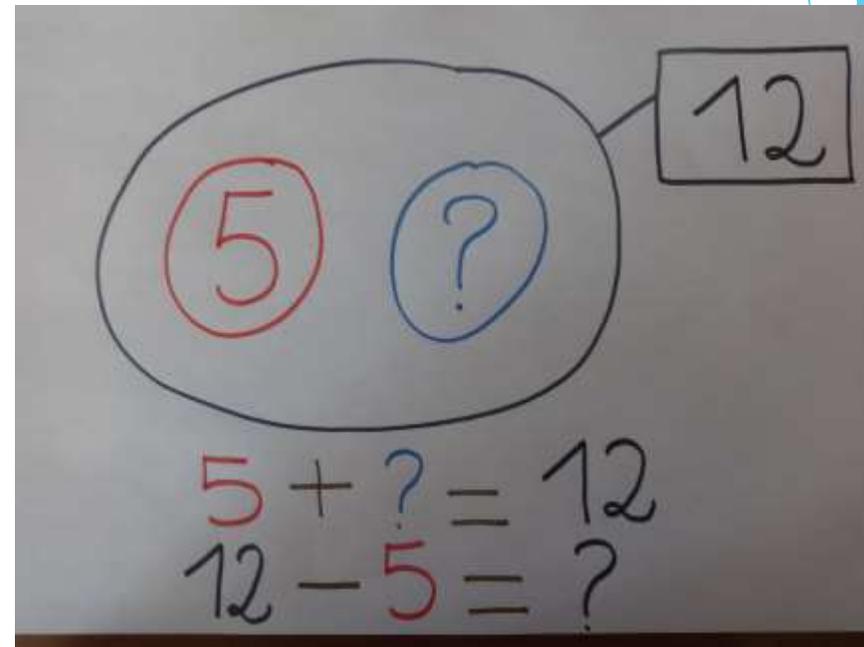
► On cherche un tout.



Chris a 5 billes rouges et d'autres bleues.
Il a 12 billes en tout.

Combien a-t-il de billes bleues ?

► On cherche une partie.



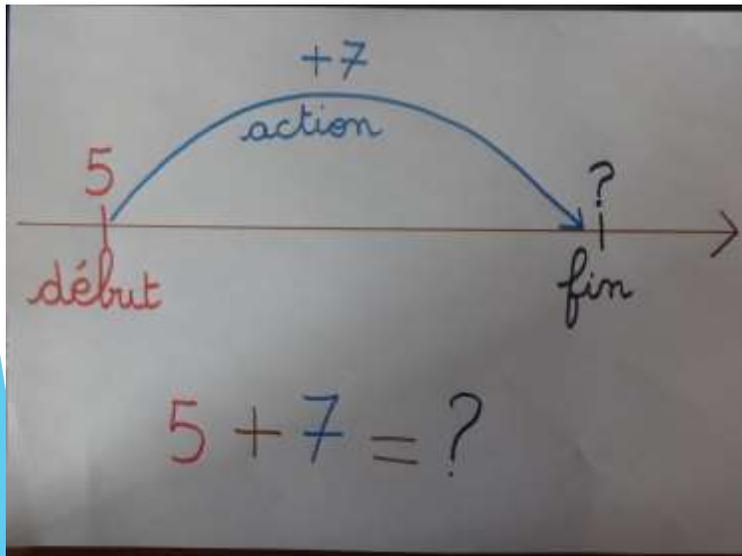
Les problèmes de transformation (1)

→ Proposition : modélisation par une frise chronologique

La transformation positive :

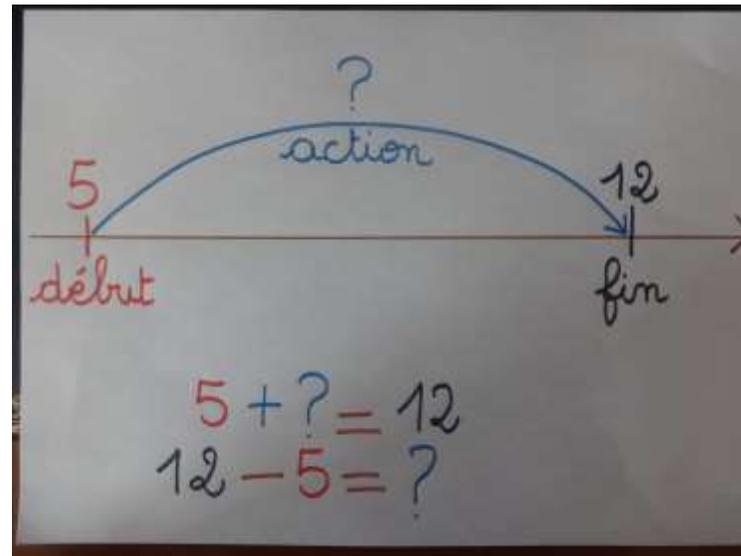
Pierre a 5 billes. Il joue une partie et gagne 7 billes.

Combien de billes Pierre a-t-il après la partie ?



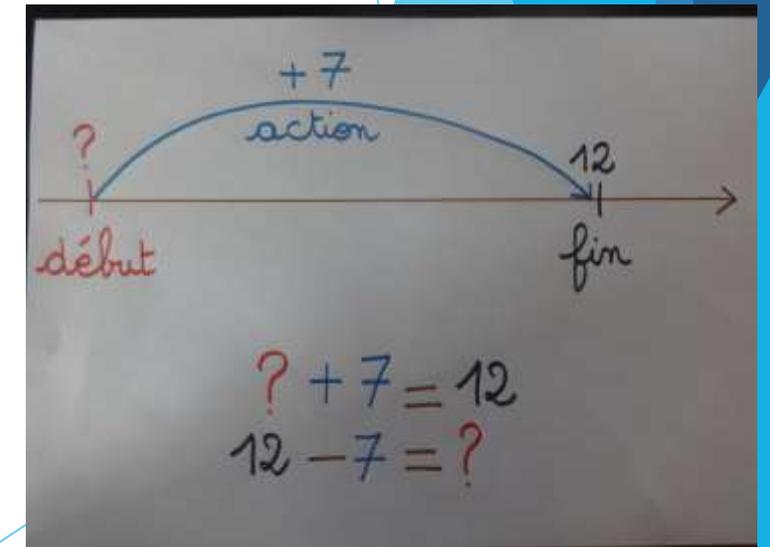
Pierre a 5 billes. Il joue une partie. Après la partie, il a 12 billes.

Combien de billes, Pierre a-t-il gagné ?



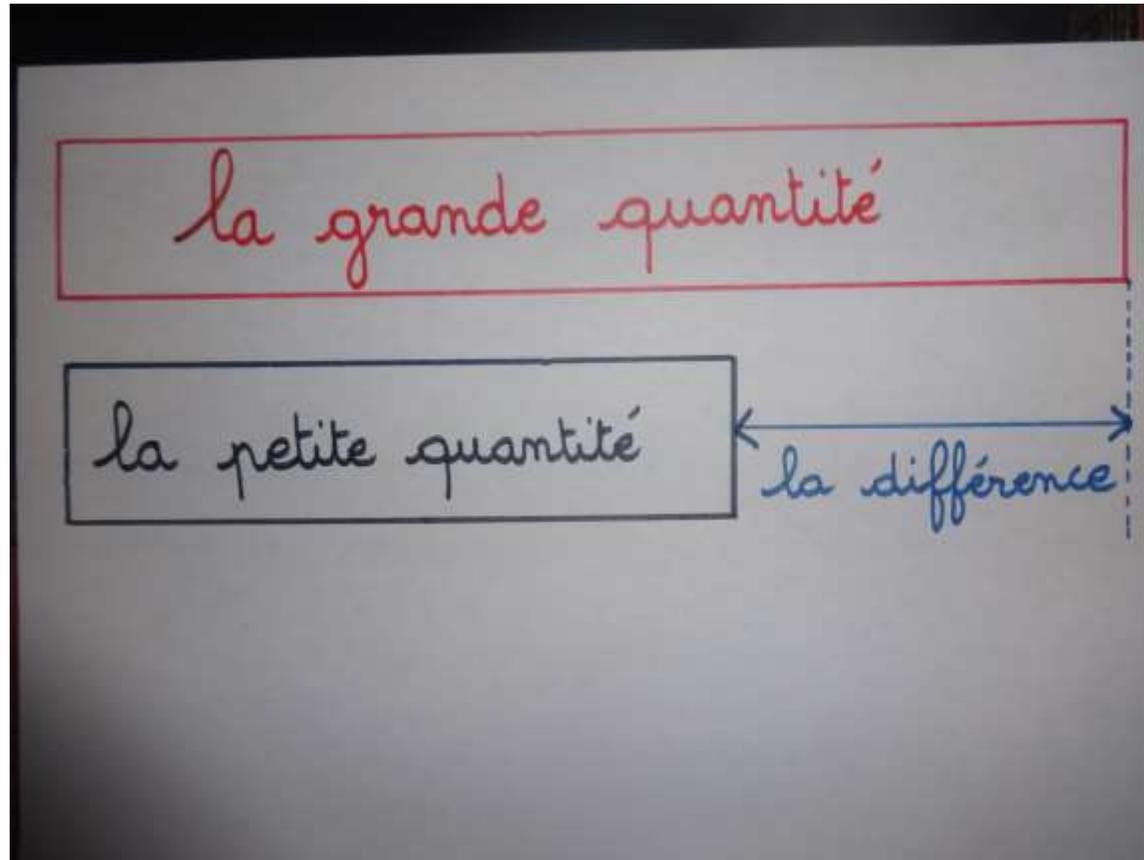
Pierre a des billes. Il joue une partie et gagne 7 billes. Après la partie, il a 12 billes.

Combien de billes, Pierre avait-il avant la partie ?



Les problèmes de comparaison d'états : (1)

→ Proposition: modélisation par « bandes »



Les problèmes de comparaison d'états :

Chris a 12 billes. Greg a 7 billes de moins que Chris.

Combien de billes a Greg ?

Chris 12

Greg ?

$12 - 7 = ?$

Chris a 12 billes. Greg a 5 billes.

Combien de billes Greg a-t-il de moins que Chris ?

Chris 12

Greg 5

$12 - 5 = ?$
 $5 + ? = 12$

Greg a 5 billes. Il en a 7 de moins que Chris. Combien de billes a Chris ?

Chris ?

Greg 5

$? - 7 = 5$
 $5 + 7 = ?$

Aider les élèves à comprendre un énoncé de problème en proposant un projet d'écriture

- ▶ Un apprentissage à la résolution de problèmes, passant par l'écriture d'énoncés sous contraintes et par l'analyse, permet aux élèves de mieux lire et résoudre les problèmes.

Une séquence composée de 4 séances visant à :

- 1- Classer des énoncés et justifier son choix.
- 2- Comparer les ressemblances et les différences entre l'histoire et l'énoncé.
- 3- Ecrire des énoncés à partir d'une histoire. Constituer une banque de problèmes.
- 4- Réinvestir en ateliers :
 - Résoudre les problèmes écrits par les élèves.
 - Trier les problèmes selon ce que l'on cherche ou le type de problème.
 - Associer les énoncés de problèmes à l'histoire correspondante.
 - Ecrire de nouveaux problèmes.

Proposition de progression sur les 3 ans du cycle 2

Proposition de progression du CP au CM2 en résolution de problèmes, basée sur les types de problèmes de la classification de Gérard Vergnaud (problèmes numériques d'application)

Les cases grisées indiquent dans quel(s) niveau(x) de classe un type de problème peut être introduit. Ce type de problème sera également travaillé les années suivantes.

	Types de problèmes d'après la classification de Gérard Vergnaud	Exemples de problèmes	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
1	Problèmes de transformation positive (ajout) – Élément recherché : état final	Il y a 13 pommes dans la corbeille de fruits, on rajoute 8 pommes. Combien y en a-t-il maintenant					
1'	Problèmes de transformation négative (retrait) – Élément recherché : état final	Il y a 21 pommes dans la corbeille de fruits, on enlève 8 pommes. Combien y en a-t-il maintenant ?					
2	Problèmes de composition de deux états – Élément recherché : le composé = le tout	Il y a 13 pommes et 8 poires dans la corbeille de fruits. Combien cela fait-il de fruits ?					
3	Problèmes de composition de deux états – Élément recherché : un état = une partie	Il y a des pommes et des poires dans la corbeille de fruits. Il y a 21 fruits en tout, dont 13 pommes. Combien y a-t-il de poires ?					
4	Problèmes de transformation positive (ajout) – Élément recherché : transformation.	Il y avait 13 pommes dans la corbeille de fruits, on en a rajouté et maintenant il y en a 21. Combien en a-t-on rajouté ?					
4'	Problèmes de transformation négative (retrait) – Élément recherché : transformation	Il y avait 21 pommes dans la corbeille de fruits, on en a enlevé et maintenant il y en a 13. Combien en a-t-on enlevé ?					
5	Problèmes de comparaison d'états (comparaison positive) – Élément recherché : un des états (recherche de l'état à comparer/2 ^{ème} état)	Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes de plus que lui. Combien de billes Juliette a-t-elle?					
5'	Problèmes de comparaison d'états (comparaison positive) – Élément recherché : un des états (recherche de l'état comparé)	Léo a 9 billes. Il en a 7 de plus que Juliette. Combien de billes Juliette a-t-elle? → -					

Du clé en main



Le site delfynus

<http://maitressedelfynus.blogspot.com/2016/05/exploitation-de-problemes-additifs-et.html>

Conclusion

- ▶ Aider les élèves à résoudre des problèmes additifs, c'est :
 - leur donner des références de raisonnement et ne pas se limiter aux propositions de modes opératoires,
 - leur permettre de mettre en relation les énoncés travaillés avec ceux des problèmes rencontrés antérieurement afin d'identifier progressivement les catégories de problèmes.

Le schéma permet de comprendre l'énoncé et d'explicitier son raisonnement.

Biblio-sitographie

- ▶ Les repères de progressivité
- ▶ <http://www.circ-ien-illfurth.ac-strasbourg.fr>
- ▶ http://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf
- ▶ http://gdmaths.ia60.ac-amiens.fr/IMG/pdf/la_resolution_de_problemes_mathematiques_au_cp.pdf
- ▶ Problèmes additifs et soustractifs, Olivier Graff, Antonio Valzan, Benoît Wozniak, Sceren